

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
теории функций и геометрии



Е.М. Семенов

01.07.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.17 Математический практикум

1. Шифр и наименование специальности:

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

2. Специализация: Современные методы теории функций в математике и механике

3. Квалификация (степень) выпускника: Специалист

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра теории функций и геометрии

6. Составители программы:

Шипилова Елена Алексеевна, к.т.н., доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим Советом математического факультета, протокол №0500-07 от 29.06.2021

8. Учебный год: 2023/2024

Семестр(-ы): 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

- сформировать у студентов комплекс знаний, умений и навыков, в области алгоритмизации и системы компьютерной математики MathCAD.

Задачи дисциплины:

- изучить основные подходы к созданию программ на высокоуровневом языке непосредственно в среде MathCAD.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «математический практикум» относится к обязательным дисциплинам блока Б1 основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 01.05.01 – Фундаментальные математика и механика – Специалист.

Дисциплина «математический практикум» базируется на знаниях, полученных в рамках изучения дисциплин «Математический анализ», «Дискретная математика», «Дифференциальные уравнения», а также предшествующих математических дисциплин, использующих соответствующие методы. Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются в дисциплинах: «Математическое моделирование», «Методы оптимизаций», «Управление, обработка информации и оптимизация», «Прикладные математические программы», а также практиках.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-2	Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1	Владеет основами планирования экспериментов с математическими моделями, знает численные и численно-аналитические методы построения решений	Знать: численные методы решений линейных, нелинейных уравнений и систем уравнений, методы численного интегрирования и дифференцирования.
		ОПК-2.2	Умеет выбирать методы моделирования и анализировать моделируемую систему	Уметь: выбирать необходимый метод численного решения для решения прикладных задач.
		ОПК-2.3	Имеет практический опыт разработки математических моделей и их численной реализации	Владеть: навыками практической реализации численных методов в среде MathCAD

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2/72.

Форма промежуточной аттестации зачет.

13. Трудоемкость по видам учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		5 сем.
Контактная работа	34	34
в том числе: лекции	–	–
практические	–	–
лабораторные	34	34
курсовая работа		
Самостоятельная работа	38	38
Промежуточная аттестация		
Итого:	72	72

13.1. Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
3. Лабораторные работы			
3.1	Погрешности вычислений	Вычисления с учетом погрешностей	-
3.2	Решение нелинейных уравнений	Метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод касательных, метод простых итераций. Стандартные функции среды MathCAD.	-
3.3	Решение систем линейных и нелинейных уравнений.	Метод Гаусса, метод обратной матрицы, метод простых итераций, метод Зейделя, метод Ньютона. Стандартные функции среды MathCAD.	-
3.4	Численное интерполирование.	Интерполяционный полином Лагранжа, первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона, интерполяция сплайнами. Стандартные функции среды MathCAD.	-
3.5	Численное дифференцирование.	Метод Эйлера, модифицированный метод Эйлера, метод Рунге-Кутты 4-го порядка. Стандартные функции среды MathCAD.	-
3.6	Численное интегрирование.	Метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона. Стандартные функции среды MathCAD.	-

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Погрешности вычислений			2	4	6
02	Решение нелинейных уравнений.			4	6	10
03	Решение систем линейных и нелинейных уравнений.			6	6	12
04	Численное интерполирование.			6	6	12
05	Численное дифференцирование.			8	8	16
06	Численное интегрирование.			8	8	16
Итого				34	38	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

Методические рекомендации студентам к лабораторным занятиям

Важной составной частью учебного процесса в вузе являются лабораторные занятия. Лабораторные занятия помогают студентам глубже усвоить учебный теоретический материал, приобрести практические навыки и навыки творческой работы над учебной и научной литературой.

В начале лабораторного занятия происходит обсуждение темы текущего лабораторного занятия, рассмотрение примеров и задач, рекомендации по выполнению лабораторной работы. Это возможность для студентов обратить внимание на непонятные моменты и разобрать их. Также преподавателем сообщается рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения.

Далее преподавателем выдаются индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы, и студенты приступают к выполнению заданий, используя изученные теоретические положения. По окончании выполнения лабораторной работы студент оформляет отчет, содержащий тему работы, цель, задание, описание решения, результаты, соответствующие выводы по полученным результатам, список использованной литературы.

После оформления отчета студенту необходимо защитить результаты выполнения лабораторной работы по контрольным вопросам, соответствующим теме работы. В процессе защиты студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения, методы выполнения, полученные результаты по теме занятия. На защите результатов лабораторной работы студент должен быть готовым к ответам на все теоретические вопросы рассматриваемой темы, проявлять максимальную активность, осознанно и логически обоснованно формулировать выводы. Ответы должны строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы ответы были точными, логично построенными и не сводились к чтению конспекта. Необходимо, чтобы студент проявлял глубокое понимание того, о чем он говорит, сопоставлял теоретические знания с их практическим применением для решения задач, был способен привести конкретные примеры тех положений, о которых рассуждает теоретически. Преподавателю необходимо внимательно и критически слушать, подмечать недостатки и ошибки, корректировать их. При этом обратить внимание

на то, что еще не было сказано, или поддержать и направить на развитие оригинальной мысли, высказанной студентом.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов литературы)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Вержбицкий В.М. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения : учебное пособие для студ. мат. и инженер. спец. вузов / В.М. Вержбицкий .— Москва : Высшая школа, 2000 .— 265, [1] с. : ил., табл. (37 экз.)
2	Бахвалов Н.С. Численные методы: Анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Прикладная математика" / Н.С. Бахвалов .— 2-е изд., стер. — М. : Наука, 1975 .— 631 с. : ил. (14 экз.)
3	Полищук О.Б. Практикум по численным методам. Часть 1: Учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических вузов. – Оренбург: Издательство ОГПУ, 2004. – 71 с. Режим доступа: https://studfile.net/preview/4083822/
4	Бахвалов Н.С. Численные методы : Учебное пособие для студ. физ.-мат. специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков .— 2-е изд. — М. ; СПб. : Физматлит : Лаб. базовых знаний, 2002 .— 630 с. : ил. (30 экз.)

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	<i>Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях : Учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под ред. В. А. Садовниченко .— М. : Высш. шк., 2000 .— 189, [1] с.</i>
2.	<i>Бахвалов Н.С. Численные методы : Учебное пособие для студ. физ.-мат. спец. вузов / И. В. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков .— 8-е изд. — М. ; СПб. : Лаборатория базовых знаний, 2000 .— 622 с. : ил., табл.</i>
3.	<i>Самарский, А.А. Численные методы математической физики : [Учебное пособие] / А. А. Самарский, А. В. Гулин .— М. : Научный мир, 2000 .— 315 с. : ил., табл.</i>
4.	<i>Бахвалов Н.С. Численные методы : Учебное пособие для студ. физ.-мат. специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков .— 2-е изд. — М. ; СПб. : Лаб. базовых знаний, 2001 .— 630 с. : ил.</i>
5.	<i>Макаров, Е. Инженерные расчеты в Mathcad : Учебный курс / Е. Макаров .— СПб : Питер, 2003 .— 448 с. : ил .— (Учебный курс) .— Алф. указ.: с.446-448 .</i>
6.	<i>Поршнев С.В. Численные методы на базе Mathcad : [учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности 030100 - "Информатика"] / С.В. Поршнев, И.В. Беленкова .— СПб : БВХ-Петербург, 2005 .— 450 с. : ил. + 1 CD .— (Учебное пособие) .— Библиогр.: с.447-448 .</i>
7.	<i>Быкова М.И. Использование системы Mathcad при анализе математических моделей : учебно-методическое пособие / М.И. Быкова, К.И. Быкова,</i>

	С.А. Шашкина .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр "Научная книга", 2018 .— 61 с. : ил., табл. — Библиогр.: с. 59
--	--

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1.	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http // www.lib.vsu.ru/)
2.	http://www.math.vsu.ru – официальный сайт математического факультета ВГУ
3.	Google, Yandex, Rambler

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

Курс дисциплины построен таким образом, чтобы позволить студентам максимально проявить способность к самостоятельной работе. Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Студентам рекомендуется получить в библиотеке учебную литературу по дисциплине, необходимую для эффективной работы на всех видах аудиторных занятий, а также для самостоятельной работы по изучению дисциплины.

Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и дипломных работ.

Успешное освоение курса предполагает активное, творческое участие студента путем планомерной, повседневной работы.

№ п/п	Источник
1	Гурский, Дмитрий Анатольевич. Вычисления в MathCAD / Д.А. Гурский .— Минск : Новое знание, 2003 .— 813 с. :
2	Дьяконов, Владимир Павлович. Система MathCAD : справочник / В. П. Дьяконов .— М. : Радио и связь, 1993 .— 127, [1] с. : ил
3	Практикум по численным методам и положение о вычислительной практике. (Для студентов специальностей «Статистика» и «Математические методы в экономике») / составитель Т.А. Панюкова. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. – 45 с. Режим доступа: http://window.edu.ru/resource/584/63584/files/chisl_met_praktikum.pdf
4	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации. Лекционные и практические занятия ведутся с привлечением мультимедийных технологий. Практические

работы выполняются на компьютерной технике с использованием различных информационных технологий.

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows, Microsoft LibreOffice, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet Explorer, Lazarus, Free Pascal, MathCAD15, экран, ноутбук, мультимедиапроектор.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лабораторных занятий используются аудитории, компьютерные классы, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам, экран, ноутбук, мультимедиапроектор.

Для самостоятельной работы используются классы с компьютерной техникой, оснащенные необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющей выход в глобальную сеть.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций:

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Погрешности вычислений	ОПК-2	ОПК-2.1	Защита отчета по лабораторной работе №1
2.	Решение нелинейных уравнений	ОПК-2	ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Защита отчета по лабораторной работе №2
3.	Решение систем линейных и нелинейных уравнений.	ОПК-2	ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Защита отчета по лабораторной работе №3
4.	Численное интерполирование.	ОПК-2	ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Защита отчета по лабораторной работе №4
5.	Численное дифференцирование.	ОПК-2	ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Защита отчета по лабораторной работе №5
6.	Численное интегрирование.	ОПК-2	ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Защита отчета по лабораторной работе №6 Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				КИМы к зачету

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
<p>ОПК-2. Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении</p> <p>ОПК-2.1. Владеет основами планирования экспериментов с математическими моделями, знает численные и численно-аналитические методы построения решений</p> <p>ОПК-2.2. Умеет выбирать методы моделирования и анализировать моделируемую систему</p> <p>ОПК-2.3. Имеет практический опыт разработки математических моделей и их численной реализации</p>	<p>Знать: численные методы решений линейных, нелинейных уравнений и систем уравнений, методы численного интегрирования и дифференцирования.</p> <p>Уметь: выбирать необходимый метод численного решения для решения прикладных задач.</p> <p>Владеть: навыками практической реализации численных методов в среде MathCAD</p>	<p>1 – 6</p>	<p>КИМ (зачет), защита лабораторных работ, контрольная работа</p>
<p>Промежуточная аттестация</p>			<p>КИМ (зачет)</p>

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<p>– даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на поставленные вопросы;</p>	<p>Достаточный</p>	<p>«зачтено»</p>

<ul style="list-style-type: none"> – правильно составлена математическая модель, но ход ее решения не является оптимальным; – показаны достаточно уверенные навыки принятия решений или действий в созданной обстановке; – показаны достаточно прочные практические навыки; – даны полные, но недостаточно обоснованные ответы на дополнительные вопросы; – показаны глубокие знания основной и недостаточные знания дополнительной литературы; – показано уверенное умение использования информационных технологий и прикладных программ; – ответы в основном были краткими, но в них не всегда выдерживалась логическая последовательность. 		
<ul style="list-style-type: none"> – даны неправильные ответы на большинство вопросов; – в формировании модели допущены существенные ошибки; – не показаны навыки принятия решений или действий в созданной обстановке; – не показаны достаточно прочные практические навыки; – не даны положительные ответы на дополнительные вопросы; – показаны недостаточные знания конспектов лекций и основной литературы; – не показаны достаточные знания информационных технологий и прикладных программ для решения поставленных задач; – ответы были многословными или очень краткими, не последовательные и бессвязные, не по существу вопросов. 	-	«Не зачтено»

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачету

1. Оценка погрешности.
2. Абсолютная погрешность.
3. Относительная погрешность.
4. Точность приближенных чисел их относительная погрешность.
5. Погрешности вычисления значений функции одной переменной.
6. Методы решения нелинейных уравнений.
7. Сущность метода деления отрезка пополам.
8. Сущность метода хорд.
9. Сущность метода касательных.
10. Метод простых итераций.
11. Стандартные функции MathCAD для решения нелинейных уравнений.
12. Метод Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений.
13. Метод обратной матрицы для решения систем линейных алгебраических уравнений.
14. Метод простых итераций для решения систем линейных алгебраических уравнений.
15. Метод Зейделя для решения систем линейных алгебраических уравнений.
16. Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений.
17. Стандартные функции среды MathCAD для решения систем линейных алгебраических уравнений.
18. Численное интерполирование. Постановка задачи.
19. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
20. Первая интерполяционная формула Ньютона.
21. Вторая интерполяционная формула Ньютона.
22. Интерполяция сплайнами.
23. Реализация интерполяционного многочлена Лагранжа в среде MathCAD.
24. Реализация 1-й и 2-й интерполяционных формул Ньютона в среде MathCAD.
25. Стандартные функции среды MathCAD для реализации сплайн-интерполяции.
26. Метод Эйлера для решения дифференциальных уравнений.
27. Модифицированный метод Эйлера для решения дифференциальных уравнений.
28. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка для решения дифференциальных уравнений.
29. Стандартные функции среды MathCAD для решения дифференциальных уравнений.
30. Решение систем дифференциальных уравнений в среде MathCAD.
31. Численное интегрирование, метод прямоугольников.
32. Численное интегрирование, метод трапеций.
33. Численное интегрирование, метод Симпсона.
34. Реализация численного интегрирования в среде MathCAD.

19.3.2 Перечень практических заданий

Тема 1

1.1. Вычислить и определить погрешность результата.

а) $x = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$, $a = 3,85(\pm 0,01)$, $b = 2,0435(\pm 0,0004)$, $c = 962,6(\pm 0,1)$.

б) $X = \left[\frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2$, $a = 4,3(\pm 0,05)$, $b = 17,21(\pm 0,02)$, $c = 8,2(\pm 0,05)$,
 $m = 12,417(\pm 0,003)$, $n = 8,37(\pm 0,005)$.

в) $x = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$, $a = 4,16(\pm 0,005)$, $b = 12,163(\pm 0,002)$, $c = 55,18(\pm 0,01)$

г) $X = \left[\frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2$, $a = 5,2(\pm 0,04)$, $b = 15,32(\pm 0,01)$, $c = 7,5(\pm 0,05)$,
 $m = 21,823(\pm 0,002)$, $n = 7,56(\pm 0,003)$

1.2. Вычислить, пользуясь правилами подсчета цифр.

а) $S = \frac{h^2(a+b)^2}{18(a^2 + 4ab + b^2)}$, $a = 1,141$, $b = 3,156$, $h = 1,14$.

б) $S = \frac{h^2(a+b)^2}{18(a^2 + 4ab + b^2)}$, $a = 2,234$, $b = 4,518$, $h = 4,48$.

Тема 2

2.1. Исследовать уравнение $f(x)=0$ на отрезке $[a; b]$ на существование и единственность корня, используя аналитический и графический методы.

а) $f(x) = x^2 - 2x - 5$, $a = 1$, $b = 3$.

б) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10$, $a = 1$, $b = 2$.

в) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10$, $a = 3$, $b = 4$.

г) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$, $a = -1$, $b = 0$

2.2 Вычислить три приближения корня методом деления отрезка пополам и оценить погрешность последнего приближения.

а) $f(x) = x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 3x + 12$, $a = -4$, $b = -3$

б) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 12$, $a = -1$, $b = 0$

в) $f(x) = x^4 - 8x^3 - 2x^2 + 16x - 3$, $a = 0$, $b = 1$

г) $f(x) = x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 3x + 12$, $a = 1$, $b = 2$

2.3. Найти три приближения корня для уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[a; b]$ методом хорд. Вычислить погрешность третьего приближения.

а) $4x + e^x = 0$. б) $\lg x = 6 - 2x$. в) $x - 1,2 \cos \frac{x}{3} = 0$ г) $(0,2x)^3 = \cos x$

2.4. Найти три приближения корня для уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[a; b]$ методом касательных. Вычислить погрешность третьего приближения.

$$\text{а) } \ln x - \frac{1}{1+x^2} = 0 \quad \text{б) } \arccos x^2 - x = 0 \quad \text{в) } \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) - x^2 = 0 \quad \text{г) } 2 - x = \ln x$$

2.5. Методом простой итерации вычислить корень уравнения с точностью до $\varepsilon = 10^{-3}$. Отрезок, на котором корень существует и единственный, выделить самостоятельно.

$$\text{а) } \cos x^2 - 10x = 0. \quad \text{б) } \arccos(e^x - 3) - x = 0. \quad \text{в) } \arcsin \frac{2x}{1+x^2} - e^{-x^2} = 0$$

Тема 3

3.1. Решить заданную систему уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента.

$$\text{а) } \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -7; \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

3.2. Вычислить для матрицы A обратную матрицу A^{-1} . Матрица A задается системой уравнений $Ax = b$.

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31; \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29; \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31; \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29; \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

3.3. Привести систему линейных уравнений к итерационному виду. Исследовать итерационную последовательность на сходимость.

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 24,41 & 2,42 & 3,85 \\ 2,31 & 31,49 & 1,52 \\ 3,49 & 4,85 & 28,92 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 30,24 \\ 40,95 \\ 42,81 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 34,42 & 3,41 & 2,84 \\ 2,31 & 40,49 & 2,62 \\ 2,48 & 5,61 & 38,24 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 20,21 \\ 10,24 \\ 12,15 \end{pmatrix}$$

3.4. Найти решение системы линейных уравнений методом простой итерации с точностью до $\varepsilon = 0,00001$.

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 34,25 & 4,21 & 4,12 \\ 1,12 & 41,49 & 1,52 \\ 2,54 & 4,85 & 30,92 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 10,41 \\ 20,43 \\ 12,34 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 24,41 & 2,02 & 2,15 \\ 4,12 & 21,49 & 1,52 \\ 2,31 & 4,85 & 28,92 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 10,24 \\ 20,12 \\ 12,24 \end{pmatrix}$$

3.5. Найти решение системы линейных уравнений методом Зейделя. с точностью до $\varepsilon = 0,00001$.

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 25,43 & 2,42 & 4,85 \\ 2,31 & 29,12 & 3,52 \\ 2,12 & 4,85 & 28,92 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 10,24 \\ 30,95 \\ 12,81 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 40,42 & 2,42 & 2,86 \\ 3,34 & 35,12 & 1,52 \\ 2,46 & 4,85 & 30,14 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 10,42 \\ 12,12 \\ 42,15 \end{pmatrix}$$

3.6. Решить систему нелинейных уравнений с помощью метода Ньютона. Начальные приближения найти графически.

$$\text{а) } \begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,1) = x^2; \\ 0,5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,2) = x^2; \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,3) = x^2; \\ 0,7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2; \\ 0,8x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$$

Тема 4

4.1. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Составить по таблице интерполяционный многочлен Лагранжа. Вычислить значение функции в заданной точке x . Оценить погрешность полученного результата.

$$\text{а) } y = \ln x, \quad x = 6,8, \quad x^* = 1,134$$

x_k	6,0	6,5	7,0	7,5
y_k	1,792	1,8724	1,9646	2,015

$$\text{б) } y = e^x, \quad x = 3,2, \quad x^* = 1,139$$

x_k	3,0	3,5	4,0	4,5
y_k	20,086	33,115	54,598	90,017

$$\text{в) } y = \sin x, \quad x = 1,64, \quad x^* = 1,143.$$

x_k	1,60	1,70	1,80	1,90
y_k	0,99957	0,99166	0,9738	0,9463

4.2. Пользуясь первой интерполяционной формулой Ньютона второй степени, найти значение функции $f(x)$ для заданного x . Функция $f(x)$ задана таблицей значений. Оценить погрешность полученного результата.

а) $x=0,02$

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,00	0,2808	0,20	0,4131	0,40	0,5522
0,05	0,3127	0,25	0,4477	0,45	0,5868
0,10	0,3454	0,30	0,4825	0,50	0,6209
0,15	0,3790	0,35	0,5174		

б) $x=0,03$.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,00	0,2808	0,20	0,4131	0,40	0,5522
0,05	0,3127	0,25	0,4477	0,45	0,5868
0,10	0,3454	0,30	0,4825	0,50	0,6209
0,15	0,3790	0,35	0,5174		

в) $x=1,53$.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
1,50	0,51183	1,70	0,4894	1,90	0,46678
1,55	0,50642	1,75	0,48376	1,95	0,4611
1,60	0,50064	1,80	0,47811	2,00	0,4554
1,65	0,49503	1,85	0,47245		

4.3. Пользуясь второй интерполяционной формулой Ньютона второй степени, найти значение функции $f(x)$ для заданного x . Оценить погрешность полученного результата. Функция $f(x)$ задана таблицей значений.

а) $x=0,31$.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,00	0,2808	0,20	0,4131	0,40	0,5522
0,05	0,3127	0,25	0,4477	0,45	0,5868
0,10	0,3454	0,30	0,4825	0,50	0,6209
0,15	0,3790	0,35	0,5174		

б) $x=0,32$.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,00	0,2808	0,20	0,4131	0,40	0,5522
0,05	0,3127	0,25	0,4477	0,45	0,5868
0,10	0,3454	0,30	0,4825	0,50	0,6209
0,15	0,3790	0,35	0,5174		

в) $x=1,82$.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
1,50	0,51183	1,70	0,4894	1,90	0,46678
1,55	0,50642	1,75	0,48376	1,95	0,4611
1,60	0,50064	1,80	0,47811	2,00	0,4554
1,65	0,49503	1,85	0,47245		

4.4. Составить сплайн, заданный интерполяционной таблицей.

а)

x	2	5	6	8
$f(x)$	1	3	5	6

б)

x	-1	0	2	4
$f(x)$	0	1	3	4

в)

x	-4	-2	1	2
f(x)	-2	-1	0	2

г)

x	-3	-1	0	2
f(x)	-1	1	2	3

Тема 5

5.1. Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера.

а) $0,5 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 1,2 \sin 2t$ б) $4,23 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4,87 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 3,8t$

в) $0,14 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0,12 \frac{dy(t)}{dt} = 0,01(2t^2 - 3)$ г) $11 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5y(t) = 3(8,5 - t)$

5.2. Решить дифференциальное уравнение модифицированным методом Эйлера.

а) $0,85 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0,23e^{-2t}$ б) $1,18 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5,94 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0,85 \cos 5t$

в) $5,74 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5,61 \frac{dy(t)}{dt} = 3,28(e^{-5,6t})$ г) $0,47 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0,78y(t) = 0,25(\cos t - \sin t)$

5.3. Решить дифференциальное уравнение методом Рунге-Кутта 4-го порядка.

а) $2,5 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 4,9t^{-2}$ б) $2,8 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5,4 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 3,8 \sin 0,5t$

в) $5,4 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6,1 \frac{dy(t)}{dt} = 3,2(t^2 - 2t)$ г) $4,7 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2,8y(t) = 2,5e^{3t}$

5.4. Решить дифференциальное уравнение стандартными функциями среды MathCAD

а) $0,5 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 1,2 \sin 2t$ б) $2,8 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5,4 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 3,8 \sin 0,5t$

в) $5,74 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5,61 \frac{dy(t)}{dt} = 3,28(e^{-5,6t})$ г) $11 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5y(t) = 3(8,5 - t)$

Тема 6

6.1. Численно найти значение интеграла методом прямоугольников.

а) $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}, 3}$; б) $0,2 \int_0^1 \frac{\operatorname{tg} x^2}{x^2 + 1} dx$. в) $1,2 \int_{1,2}^{2,7} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3}, 2}$, г) $1,6 \int_{1,6}^{2,4} (x + 1) \cdot \sin x dx$

6.2. Численно найти значение интеграла методом трапеций.

а) $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}, 3}$; б) $0,2 \int_0^1 \frac{\operatorname{tg} x^2}{x^2 + 1} dx$, в) $0,2 \int_{1,2}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$, г) $0,6 \int_{0,6}^{1,4} \frac{\cos x}{x + 1} dx$

6.3. Численно найти значение интеграла методом Симпсона.

$$\text{a) } \int_{1,6}^{2,4} \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}; \quad \text{б) } \int_{0,4}^{1,2} (x+1,5) \cdot \sin x^2 dx \quad \cdot \quad \text{в) } \int_{1,2}^{2,6} \frac{dx}{\sqrt{x^2+0,5}}; \quad \text{г) } \int_{0,4}^{0,8} \frac{\operatorname{tg}(x^2+0,5)}{x^2+1} dx \cdot$$

6.3. Реализовать численное решение интеграла в среде MathCAD методом прямоугольников, трапеций или Симпсона. Сравнить с точным значением.

$$\text{a) } \int_{1,8}^{2,4} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}; \quad \text{б) } \int_{0,4}^{1,2} \frac{\cos 2x}{x+1} dx \quad \cdot \quad \text{в) } \int_{1,6}^{2,8} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1,4}}; \quad \text{г) } \int_{1,4}^{2,2} \sqrt{x} \cdot \cos 2x dx \cdot$$

19.3.3 Перечень заданий для контрольной работы Вариант № 1

Задание 1. На отрезке $[a; b]$ методом деления отрезка пополам найти корень уравнения $4x + e^x = 0$. Корень локализовать графически.

Задание 2. Решить заданную систему уравнений методом Гаусса и методом обратной матрицы с использованием стандартных функций среды MathCAD

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

Задание 3. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Составить по таблице интерполяционный многочлен Лагранжа. Вычислить значение функции в заданной точке x . Оценить погрешность полученного результата.

а) $y = \ln x$, $x = 6,8$, $x^* = 1,134$

x_k	6,0	6,5	7,0	7,5
y_k	1,792	1,8724	1,9646	2,015

Задание 4. Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера, модифицированным методом Эйлера.

$$0,5 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 1,2 \sin 2t$$

Задание 5. Численным методом прямоугольников найти значение интеграла

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1,3}}$$

Вариант № 2

Задание 1. На отрезке $[a; b]$ методом касательных найти корень уравнения $\lg x = 6 - 2x$. Корень локализовать графически.

Задание 2. Найти решение системы линейных уравнений методом Зейделя. с точностью до $\varepsilon = 0,00001$.

$$A = \begin{pmatrix} 25,43 & 2,42 & 4,85 \\ 2,31 & 29,12 & 3,52 \\ 2,12 & 4,85 & 28,92 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 10,24 \\ 30,95 \\ 12,81 \end{pmatrix}$$

Задание 3. Пользуясь первой интерполяционной формулой Ньютона второй степени, найти значение функции $f(x)$ для заданного x . Функция $f(x)$ задана таблицей значений. Оценить погрешность полученного результата.

а) $x=0,02$

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,00	0,2808	0,20	0,4131	0,40	0,5522
0,05	0,3127	0,25	0,4477	0,45	0,5868
0,10	0,3454	0,30	0,4825	0,50	0,6209
0,15	0,3790	0,35	0,5174		

Задание 4. Решить дифференциальное уравнение стандартными функциями среды MathCAD

$$2,8 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5,4 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 3,8 \sin 0,5t$$

Задание 5. Численным методом трапеций найти значение интеграла.

$$\int_{0,2}^1 \frac{\operatorname{tg} x^2}{x^2 + 1} dx$$

Вариант № 3

Задание 1. На отрезке $[a; b]$ методом хорд найти корень уравнения $x - 1,2 \cos \frac{x}{3} = 0$. Корень локализовать графически.

Задание 2. Найти решение системы линейных уравнений методом простой итерации с точностью до $\varepsilon = 0,00001$.

$$A = \begin{pmatrix} 34,25 & 4,21 & 4,12 \\ 1,12 & 41,49 & 1,52 \\ 2,54 & 4,85 & 30,92 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 10,41 \\ 20,43 \\ 12,34 \end{pmatrix}$$

Задание 3. Пользуясь второй интерполяционной формулой Ньютона второй степени, найти значение функции $f(x)$ для заданного x . Оценить погрешность полученного результата. Функция $f(x)$ задана таблицей значений.

a) $x=0,31$.

x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
0,00	0,2808	0,20	0,4131	0,40	0,5522
0,05	0,3127	0,25	0,4477	0,45	0,5868
0,10	0,3454	0,30	0,4825	0,50	0,6209
0,15	0,3790	0,35	0,5174		

Задание 4. Решить дифференциальное уравнение методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

$$5,4 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6,1 \frac{dy(t)}{dt} = 3,2(t^2 - 2t)$$

Задание 5. Реализовать численное решение интеграла в среде MathCAD методом прямоугольников, трапеций или Симпсона. Сравнить с точным значением.

$$\int_{0,4}^{1,2} \frac{\cos 2x}{x+1} dx$$

Вариант № 4

Задание 1. На отрезке $[a; b]$ методом простых итераций найти корень уравнения $\cos x^2 - 10x = 0$. Корень локализовать графически.

Задание 2. Решить систему нелинейных уравнений с помощью метода Ньютона. Начальные приближения найти графически.

$$tg(xy + 0,1) = x^2; 0,5x^2 + 2y^2 = 1$$

Задание 3. Составить сплайн, заданный интерполяционной таблицей.

x	2	5	6	8
f(x)	1	3	5	6

Задание 4. Решить дифференциальное уравнение стандартными функциями среды MathCAD

$$0,85 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0,23e^{-2t}$$

Задание 5. Численным методом Симпсона найти значение интеграла.

$$\int_{1,2}^{2,7} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3,2}}$$

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание:*

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением защит отчетов по лабораторным работам и выполнением контрольной работы.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено» (критерии описаны выше в п.19.2).

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий можно пользоваться отчетами по лабораторным работам, нельзя пользоваться методическими материалами, ограничение по времени 2 часа (1 пара). Результаты выполнения контрольной работы оцениваются по пятибалльной системе. Одно полностью выполненное задание контрольной работы соответствует 1 баллу.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся обязательно должен иметь компьютер, микрофон, камеру, необходимые программные средства и информационные технологии для реализации решения практических задач. Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 3 суток.

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математический практикум» проводится в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении зачета учитываются результаты выполнения и защиты лабораторных работ.

К промежуточной аттестации допускаются студенты, выполнившие и защитившие все, предусмотренные планом лабораторные работы, а также успешно написавшие контрольную работу. В случае отсутствия не более двух контрольных параметров, студент может быть допущен к промежуточной аттестации с добавлением двух дополнительных вопросов к типовому КИМ промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация проводится в формате собеседования с преподавателем.

давателем. Обучающийся получает один теоретический вопрос и две задачи по изучаемому предмету. Время подготовки к ответу не должно превышать 0,75 часа. При желании, студент может начать ответ без подготовки. При необходимости, преподаватель может задавать уточняющие, а в случае отсутствия оценки по контрольным точкам дополнительные вопросы.

На основании критериев оценивания, приведенных в п. 19.2, преподаватель выставляет обучающемуся оценку по дисциплине.